

# Cattedra Enrico Fermi 2015-2016

La teoria delle stringhe:  
l'ultima rivoluzione in fisica?

**Gabriele Veneziano**

**Lezione # 11.1: 21.04.2016**

T-dualità per stringhe aperte: D-brane  
Loops in QFT e QST

# Complementi tecnici

1. D-stringhe: soluzioni e stati a massa nulla
2. Loops in QFT con integrale sui cammini
3. Loops in QST dall'integrale su  $\gamma_{\alpha\beta}$
4. Invarianza modulare e finitezza ultravioletta

# T-dualità per stringhe aperte: D-brane

Abbiamo visto che per stringhe chiuse che si muovono in uno spazio con una dimensione compatta (un cerchio) c'è una interessante dualità per

$R \rightarrow l_s^2/2R$  e impulso  $\leftrightarrow$  attorcigliamento.

Questo risultato sembra così peculiare per stringhe chiuse che, per molto tempo, si pensava che niente di simile potesse applicarsi a stringhe aperte dato che queste, come le particelle puntiformi, non possono attorcigliarsi.

D'altra parte, stringhe aperte possono trasformarsi in stringhe chiuse (e viceversa) spezzandosi o ricombinandone le estremità (infatti non esistono teorie di sole stringhe aperte).

Puzza di sbagliato o almeno così sembrò a

**J. Polchinski** nel 1995.

Fu l'inizio della cosiddetta **2<sup>a</sup> rivoluzione**  
(dopo la prima di Green-Schwarz nel 1984)

Nella T-dualità si scambiano  $X_5'$  con  $P_5$ .

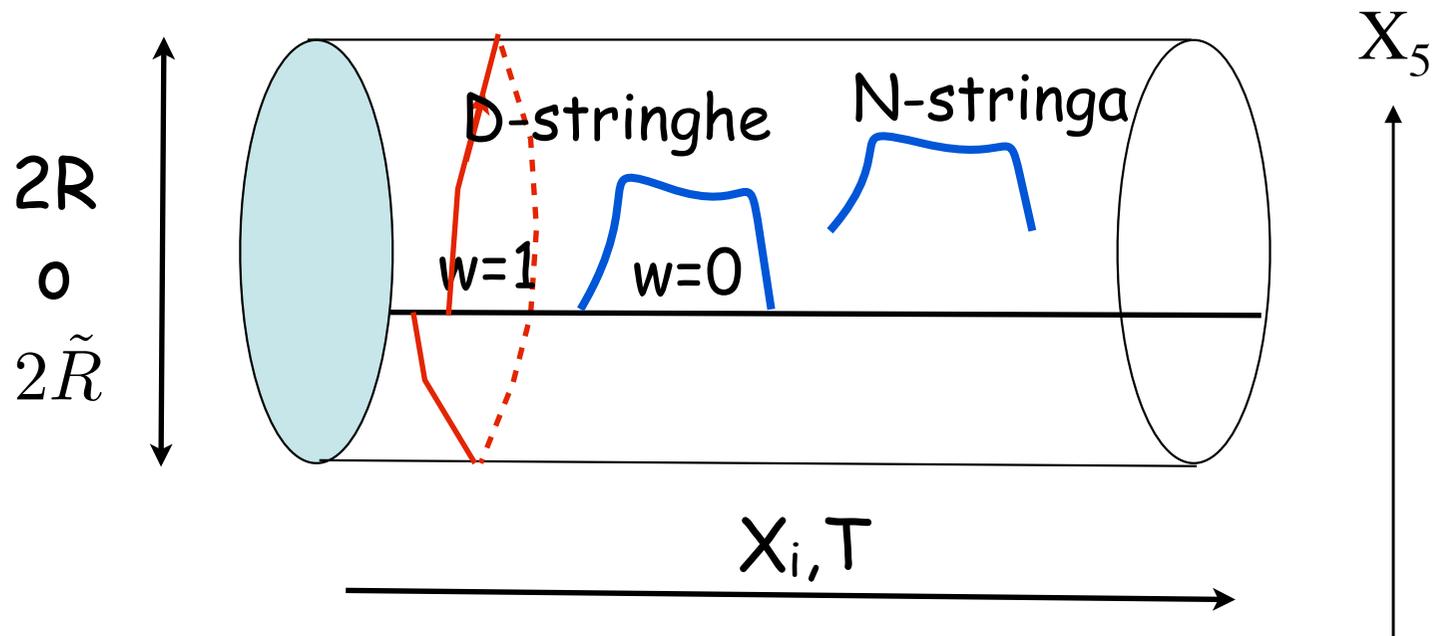
Le condizioni ai bordi di **Neumann** pongono  $X_5' = 0$  alle estremità della stringa aperta, mentre quelle di **Dirichlet** ammontano a fissarci  $P_5 = 0$ .

Sembra dunque molto ragionevole che, per stringhe aperte, la T-dualità **cambi** semplicemente le condizioni alle estremità **da N a D**, e viceversa.

Dunque, al contrario delle chiuse, le stringhe aperte non sono "auto T-duali": esistono invece in **due varietà** che sono **T-duali** l'una dell'altra!

Ricordiamo che possiamo scegliere condizioni **N o D** alle estremità indipendentemente per ciascuna direzione spaziale.

Stringhe N e D connesse da T-dualità  
si muovono/attorcigliano su cerchi T-duali!



Se imponiamo condizioni di Dirichlet per  $n$  direzioni spaziali le estremità potranno muoversi liberamente solo nelle  $(D-n)$  direzioni ad esse ortogonali.

Queste definiscono iperpiani a  $(D-n)$ -dimensioni immersi nello spazio-tempo completo.

Tali iperpiani sono chiamati **D-brane** (D per Dirichlet, brane per membrane) o, più precisamente, **D<sub>p</sub>-brane**, ove  $p = (D-n-1)$  è il numero delle dimensioni spaziali dell'iperpiano (al quale si deve aggiungere il tempo per arrivare a  $p+1 = D-n$ ).

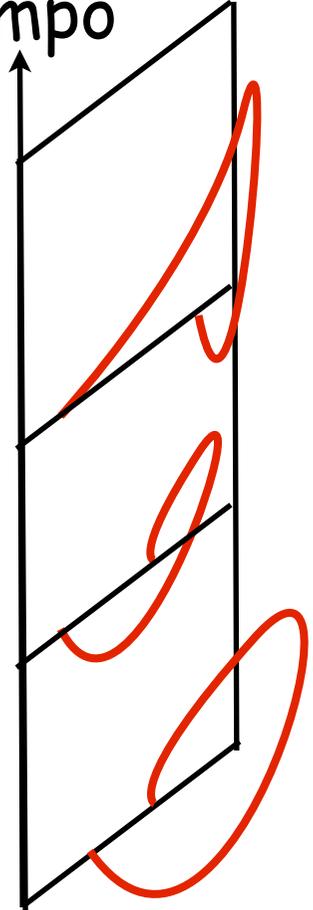
Riassumendo: l'ipersuperficie sulla quale le estremità di D-stringhe possono muoversi è  $(p+1)$ -dimensionale. Tali stringhe aperte hanno  $(p+1)$  direzioni tipo Neumann e  $n$  di tipo Dirichlet. Esempi con illustrazione:

Tempo



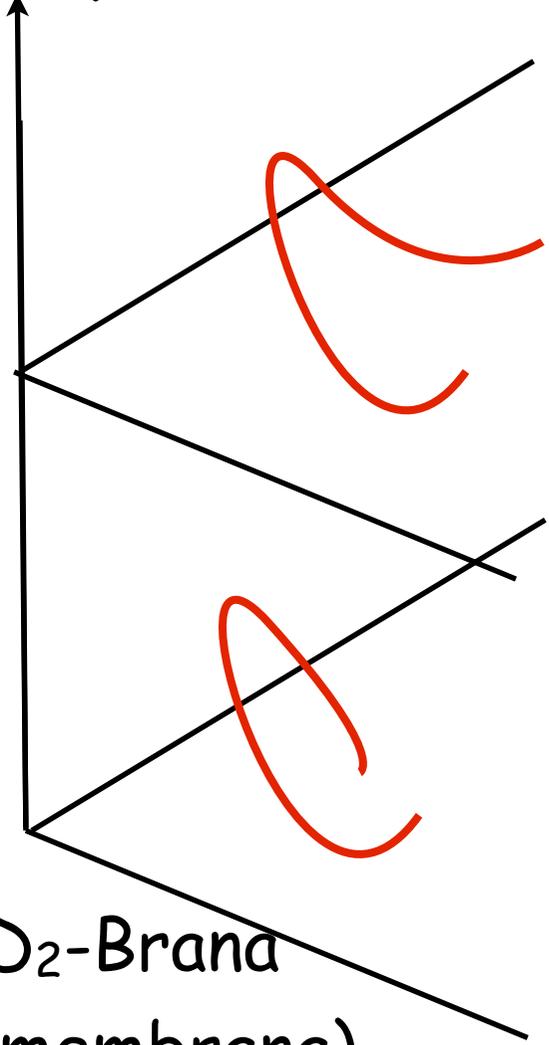
D<sub>0</sub>-Brana  
(punto)

Tempo



D<sub>1</sub>-Brana  
(stringa)

Tempo



D<sub>2</sub>-Brana  
(membrana)

Le estremità di una D-stringa aperta possono portare cariche rispetto a un gruppo di gauge  $U(1)$  il cui bosone si può facilmente identificare nello stato a massa nulla della stringa aperta

(-> seconda ora).

Se invece di una sola brana ne abbiamo  $N$  coincidenti si possono avere  $N^2$  bosoni di gauge corrispondenti a stringhe che vanno dalla  $i^{\text{ma}}$  alla  $j^{\text{ma}}$  brana. Queste danno luogo a un gruppo di gauge  $U(N)$ .

Se ora le  $N$  brane vengano separate i bosoni di gauge con  $i \neq j$  acquistano una massa proporzionale alla separazione fra le due brane e  $U(N)$  si rompe a  $U(1)^N$ .

Un nuovo modo geometrico (dopo quello del radione) di vedere il meccanismo di Brout-Englert-Higgs!

Sia le stringhe cariche che i bosoni di gauge "vivono" sulle brane. Questo ha dato origine all'idea di un **Universo-brana**. Se tutte le particelle dello SM sono D-stringhe aperte il nostro universo potrebbe essere una **3-brana** immersa in uno spazio con più dimensioni della cui esistenza solo la gravità (essendo legata a stringhe chiuse) si accorgerebbe.

Un'alternativa alla compattificazione delle dimensioni supplementari!

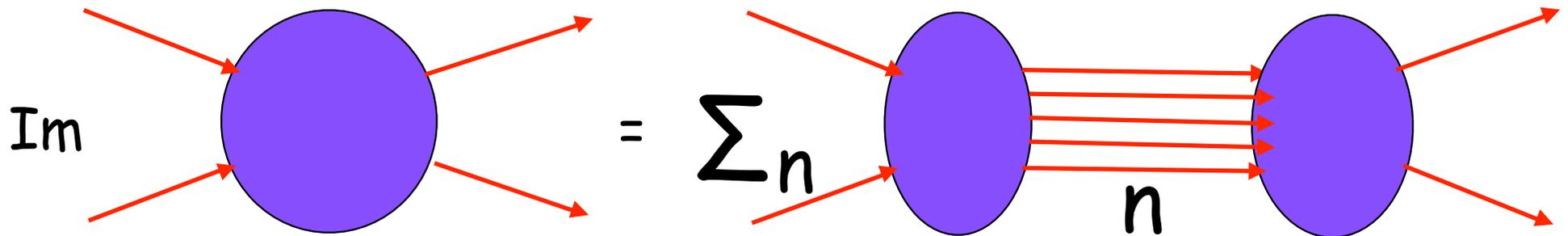
# Loops in QFT e QST

# Loops in QFT

Nella QFT i loop sono necessari per **assicurare l'unitarietà** della matrice  $S$ . Ricordiamo che, ponendo  $S=1+iT$ :

$$i(T^\dagger - T) = 2\text{Im}T = T^\dagger T$$

in forma grafica:



Questa equazione genera automaticamente loops a partire da digrammi ad albero...

In QFT i loops seguono dal formalismo e l'unitarietà è implementata ordine per ordine in teoria delle perturbazioni.

Nell'approccio canonico i campi della teoria classica vengono rimpiazzati da operatori (2<sup>a</sup> quantizzazione) i quali soddisfano certe regole di commutazione che contengono  $\hbar$ .

L'approssimazione ad albero (semi-classica) corrisponde all'ordine più basso in  $\hbar$  ed è buona se  $S/\hbar \gg 1$ .

Le correzioni a  $L$ -loops vanno come  $\hbar^{L-1}$

Una cosa analoga succede se si adotta la quantizzazione alla Feynman (integrale sui cammini -> seconda ora)

Nella QST succede qualcosa che ha, nuovamente, del miracoloso: si riesce a ricostruire la teoria delle perturbazioni della QFT senza dover mai introdurre operatori di campo, ma **restando invece in prima quantizzazione**.

Ciò significa lavorare con un **numero finito di campi in 2D**: un'enorme semplificazione!

Questo si capisce meglio se si quantizza alla Feynman (->seconda ora)

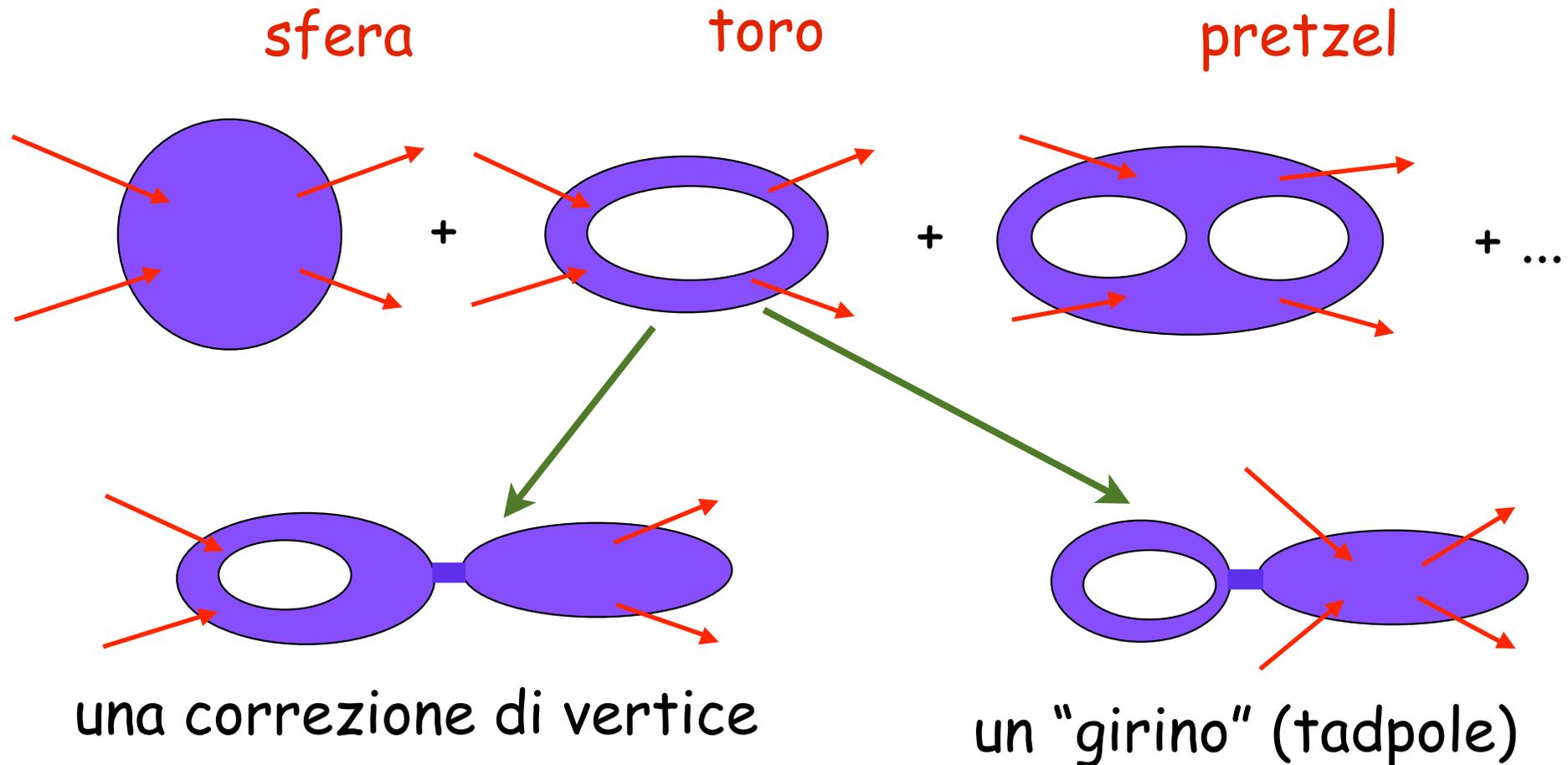
La spiegazione di questo miracolo si può ricondurre all'origine puramente **geometrica** delle interazioni nella QST.

I loops della QST corrispondono semplicemente al fatto che la superficie-universo spazzata dalla stringa può essere topologicamente non banale (da non confondersi con la topologia dello spazio tempo della KK!).

Tener conto di queste diverse topologie corrisponde a tener conto delle correzioni di loop alla teoria semiclassica!

Un ulteriore bonus: mentre in QFT il numero di diagrammi cresce come il fattoriale di  $L$ , qui c'è **solo un diagramma** a ciascun ordine. Qui è la dualità di **DHS** al lavoro...

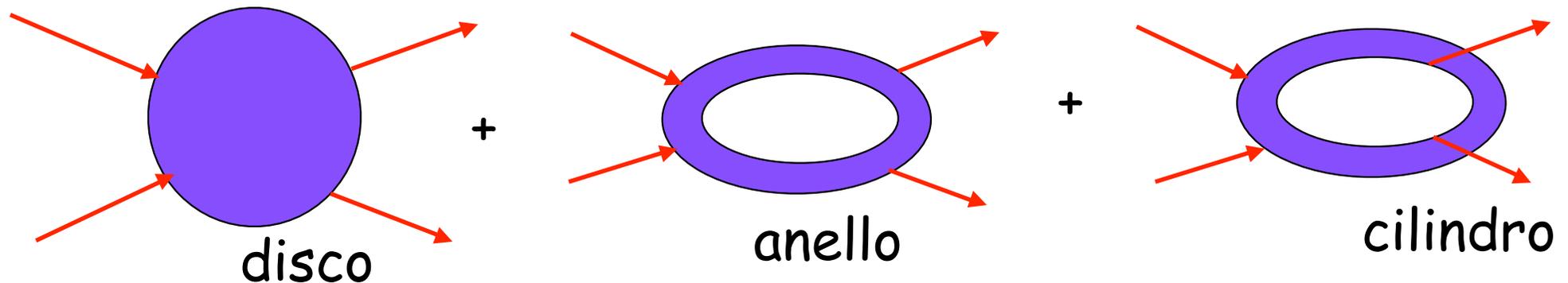
# Esempio: sviluppo per collisioni di stringhe chiuse



Le  $N$  stringhe chiuse si attaccano su  $N$  punti della superficie di Riemann. Questi sono dati dalle vecchie variabili (complesse per stringhe chiuse)  $z_i$  di Kobayashi-Nielsen.

**Stringhe aperte** invece **si attaccano sui bordi** di una superficie di Riemann con bordi (l'analogo dei loop di quark in QCD). La somma sulle superfici contiene anche una somma sui "bordi", sul loro numero totale, ma anche su come le stringhe esterne si attaccano o meno ai vari bordi.

Al livello albero troviamo il **disco**. A un loop troviamo **l'anello**, il **cilindro**, etc. Possiamo poi aggiungere "maniglie" (aumentando il genere  $g$ ) come per stringhe chiuse.



Le posizioni dove le stringhe aperte si attaccano sono ora date da numeri reali,  $x_i$ , variabili di **Koba-Nielsen** ordinate.

# Invarianza modulare (-> 2<sup>a</sup> ora)

Come forse ricordate nel DRM NON integravamo su tutte le  $N$  variabili di  $KN$  (per la funzione a  $N$ -punti) ma **solo su  $(N-3)$**  di queste!

Nel contesto della stringa questo segue da un'altra simmetria di capitale importanza: l'invarianza modulare! L'invarianza modulare mostra in modo matematicamente rigoroso come le divergenze ultraviolette della QFT vengano brillantemente evitate nella QST (-> 2<sup>a</sup> ora).

Dal punto di vista fisico però, la ragione ultima della finitezza UV della stringa, risiede nelle sue dimensioni finite ( $O(l_s)$ )

Questo, a sua volta, era stato il risultato della sua quantizzazione (vedasi Lez. 9.1).

Dunque, la **prima quantizzazione** della stringa (dopo esser stata all'origine delle **interazioni di gauge e gravitazionali**) è anche responsabile, in ultima istanza, della **finitezza** delle correzioni (considerate normalmente) di seconda quantizzazione!