Cattedra Enrico Fermi 2015-2016

La teoria delle stringhe: l'ultima rivoluzione in fisica?

Gabriele Veneziano

Lezione # 10.1: 14.04.2016

Simmetrie nello spazio-tempo: T-dualità per stringhe chiuse

Simmetrie nello spazio tempo

Finora abbiamo molto insistito sulle simmetrie nello spazio bidimensionale (la superficie-universo) spazzato dalla stringa,

insistendo sulla necessità di mantenere, al livello quantistico, certe simmetrie locali, in particolare l'invarianza per trasformazioni conformi della metrica $\gamma_{\alpha\beta}$.

Ma, naturalmente, dal punto di vista delle conseguenze della teoria, ci interessano maggiormente le simmetrie nello spazio tempo dove facciamo gli esperimenti.

Questo spazio tempo è chiamato, per ragioni matematiche, lo spazio "targhetta" ("target", sarebbe meglio "bersaglio").

Dunque oggi inizieremo a parlare delle simmetrie nello spazio-targhetta e, in particolare, della cosiddetta T-dualità (da non confondersi con la dualità di DHS) nel caso di stringhe chiuse.

Simmetrie comuni alla teoria dei campi

Sebbene non siano state imposte ab inizio (salvo quelle della relatività speciale) le simmetrie tipiche della teoria dei campi emergono naturalmente dalla stringa quantizzata.

Queste sono, essenzialmente, le simmetria di gauge associate a trasformazioni di campi vettoriali e la covarianza rispetto alle trasformazioni delle coordinate dello spazio-tempo della Relatività Generale.

Se ne può dare una derivazione formale ma, essenzialmente, la ragione fisica per tali simmetrie risiede nella presenza automatica di stati di stringa a massa nulla e di spin 1 e 2.

Ci si può domandare, a questo punto, se le trasformazioni di coordinate della RG esauriscano o meno le simmetrie spazio-temporali della teoria.

L'enorme degenerazione degli stati della stringa suggerirebbe un gruppo di simmetria altrettanto enorme che va ben oltre quello della RG.

Questo problema è ancora irrisolto (=> seconda ora).

Vi sono però simmetrie spazio-temporali stringhesche (cioè senza alcun equivalente in teoria dei campi) la cui validità può essere dimostrata.

Molte di queste sono legate alla "compattificazione" delle dimensioni supplementari dello spazio (necessaria per l'accordo con gli esperimenti?)

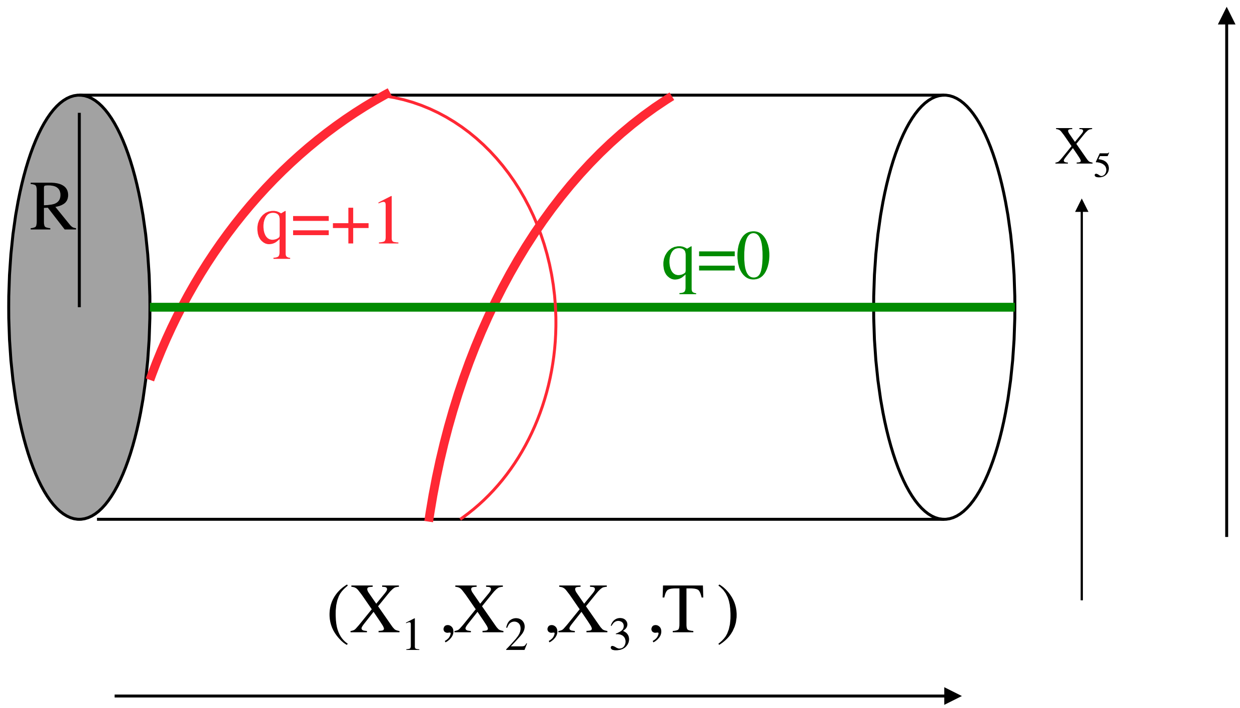
Si sa che simmetrie di gauge possono emergere in QFT tramite il cosiddetto meccanismo di Kaluza-Klein (KK) quando alcune dimensioni spaziali sono assunte essere compatte.

Cosa succede a KK in QST?

Iniziamo richiamando l'essenziale della teoria tradizionale di KK

KK tradizionale (con la benedizione di A.E.)

Nella teoria originale di KK la 5ª dimensione (spaziale) e' un cerchio di raggio R.



$$
\begin{aligned}
x_5 &\equiv x_5 + 2\pi m R \; ; \; p_5 = n\frac{\hbar}{R} \; ; \; q = n\frac{l_P}{R} \; ; \\
m_4^2 &= m_5^2 + p_5^2 = m_5^2 + n^2 \left(\frac{\hbar}{R}\right)^2
\end{aligned}
$$

Conseguenze in 4 dimensioni (altri dettagli nella seconda ora)

- La quinta componente dell'impulso gioca il ruolo della carica elettrica giustificandone la quantizzazione.
- La componente $g_{\mu 5}$ della 5-metrica diviene, essenzialmente, il potenziale A_μ
- La componente g_{55} diviene un campo scalare, σ, associato al raggio fisico del cerchio (il "radione")
- In generale ci sarà una "torre di KK" di stati eccitati con masse quantizzate in unità $M_c = h/R$ (con un coefficiente proporzionale alla carica).
- *A quella scala di energia gravità ed elettromagnetismo si unificano (forza di Newton = forza di Coulomb)*
- Gli stati alla scala di energia M_c non contribuiscono alla fisica quadridimensionale a bassa energia, ma alcuni modi possono restare leggeri e partecipare.

Inoltre

L'unità di base della carica elettrica (in unità naturali in cui non ha dimensioni) diviene $q = l_P/R$, ove $l_P \sim 10^{-33}$ cm è la lunghezza di Planck.
Dato che $\alpha \sim q^2 \sim 10^{-2}$, si trova che $R \sim 10\ l_P$
(e dunque $M_C \sim \alpha^{1/2} M_P \sim 10^{18}$ GeV).
Ma chi fissa R stesso?
Un problema con la KK convenzionale: perfino la QED diviene non-rinormalizzabile in D=5!
Queste questioni, lasciate senza risposta nella KK convenzionale, hanno riformulazioni/risposte interessanti in QST.

KK con la stringa

Nella QST, per un valore generico di R, la simmetria di gauge indotta è U(1)xU(1). Questo poichè sia $G_{\mu 5}$ che $B_{\mu 5}$ danno origine a bosoni di gauge abeliani.

La covarianza della RG e l'invarianza sotto le transformazioni di gauge del campo B divengono trasformazioni di gauge ordinarie quando il parametro della GCT (o della trasf. di B) è preso indipendente dalla coordinata x_5 (e.g. $\delta B_{\mu 5} = d_\mu \Lambda_5$).

Per l' U(1) che deriva da $G_{\mu 5}$ si può identificare al solito la carica con p_5. Ma qual'è il significato della carica rispetto al nuovo U(1)?

Per capirla torniamo un attimo alle condizioni al bordo per stringhe chiuse.

Ricordiamo le condizioni ai bordi per stringhe chiuse in uno spazio topologicamente banale

$$X_5\,(\sigma=\pi) = X_5\,(\sigma=0)$$

Ma ora i punti X_5 e $X_5 + 2\pi\, m\, R$ (con m intero) sono identificati, e possiamo invece imporre:

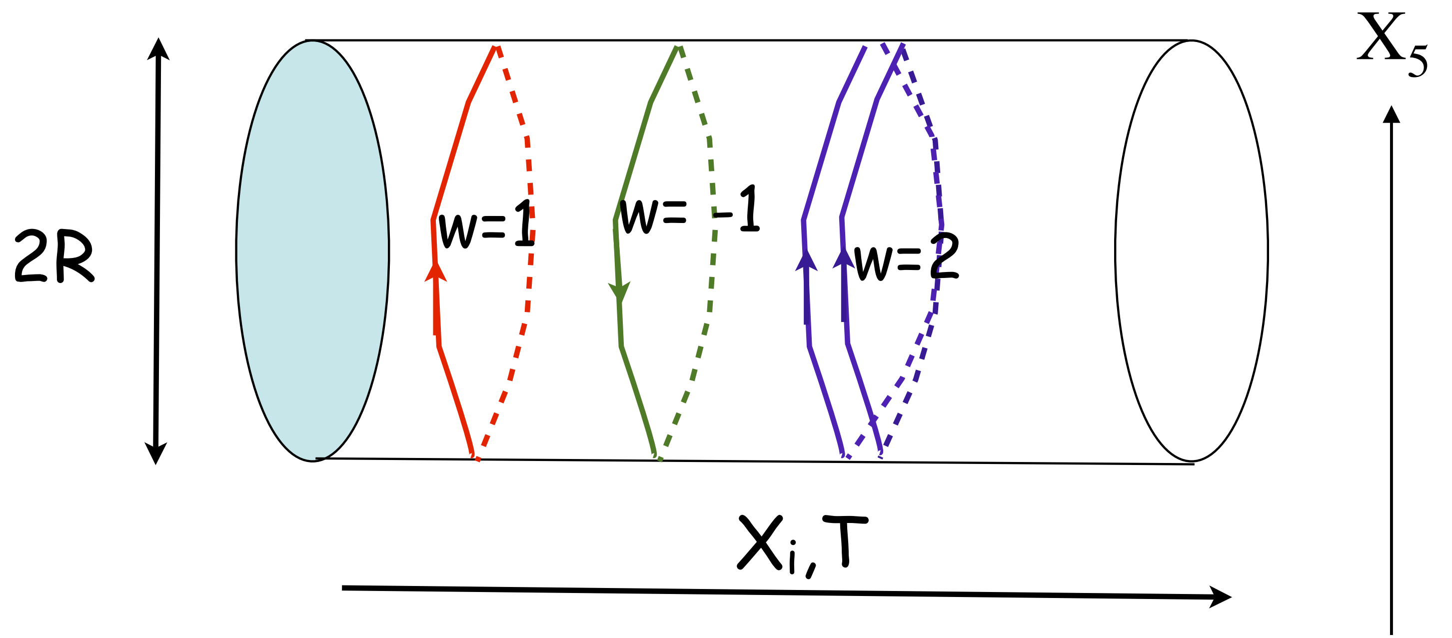
$$X_5\,(\sigma=\pi) = X_5\,(\sigma=0) + 2\pi\, w\, R$$

Questo significa semplicemente che la stringa chiusa si attorciglia w-volte intorno alla dimensione compatta!

NB. Questa possibilità di attorcigliarsi (winding) è propria delle stringhe chiuse e non ha analogo per punti o stringhe aperte

Attorcigliamento costa lunghezza e dunque energia a causa della tensione

La nuova condizione ai bordi si può facilmente implementare nella soluzione generale aggiungendo un "termine di attorcigliamento".



$$
\begin{aligned}
X_5(\sigma,\tau) \quad &= \quad q_5 + 2n\alpha' \frac{\hbar}{R}\tau + 2wR\sigma \\
&+ \quad \frac{i}{2}\sqrt{2\alpha'}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{a_{n,5}}{\sqrt{n}}e^{-2in(\tau-\sigma)} - \frac{a^{\dagger}_{n,5}}{\sqrt{n}}e^{2in(\tau-\sigma)}\right] \\
&+ \quad \frac{i}{2}\sqrt{2\alpha'}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{\tilde{a}_{n,5}}{\sqrt{n}}e^{-2in(\tau+\sigma)} - \frac{\tilde{a}^{\dagger}_{n,5}}{\sqrt{n}}e^{2in(\tau+\sigma)}\right]
\end{aligned}
$$

Ebbene: w è la carica rispetto alla nuova interazione U(1)!

Spiegazione intuitiva di come si generano cariche in KK ordinario e nella sua versione stringhesca

Ricordando che

$$\tilde{S}_p = \frac{1}{2}\int d\tau\,\left(e^{-1}\partial_\tau x^\mu \partial_\tau x^\nu g_{\mu\nu}(x) - e\, m^2\right) - q\int d\tau \frac{dx^\mu(\tau)}{d\tau}A_\mu(x)$$

si vede come in primo termine, per $\mu = 5$, $\nu = 0, 1, 2, 3$, generi il secondo (per una dimostrazione: seconda ora).

Analogamente da:

$$S_P = \int d^2\xi\,\partial_\alpha X^\mu \partial_\beta X^\nu \left[\sqrt{-\gamma}\gamma^{\alpha\beta}G_{\mu\nu}(X) + \epsilon^{\alpha\beta}B_{\mu\nu}(X)\right]$$

si vede come $G_{\mu 5}$ si accoppi alla derivata di X^5 rispetto a τ mentre $B_{\mu 5}$ si accoppia alla derivata di X^5 rispetto a σ.

Ma dove sono i due "fotoni" corrispondenti?

Gli stati a massa nulla per R generico

Le masse delle stringhe chiuse sono date dalle condizioni:

$$L_0 = 1 \quad \Rightarrow \quad M^2 = \left(\frac{\hbar n}{R} + \frac{wR}{\alpha'}\right)^2 + \frac{4}{\alpha'}(N-1)$$

$$\tilde{L}_0 = 1 \quad \Rightarrow \quad M^2 = \left(\frac{\hbar n}{R} - \frac{wR}{\alpha'}\right)^2 + \frac{4}{\alpha'}(\tilde{N}-1)$$

$$M^2 = \frac{n^2}{R^2} + \frac{w^2 R^2}{\alpha'^2} + \frac{2}{\alpha'}(N + \tilde{N} - 2) \ ; \ N - \tilde{N} + nw = 0$$

$$N = \sum_{n,\mu} n \ a^\dagger_{n,\mu} a_{n,\mu} \ ; \ \tilde{N} = \sum_{n,\mu} n \ \tilde{a}^\dagger_{n,\mu} \tilde{a}_{n,\mu}$$

Cerchiamo soluzioni a massa zero. Per R generico è chiaro che gli unici stati a massa nulla sono dati da:

$$N = \tilde{N} = 1 \ ; \ n = w = 0 \ ; \ \text{i.e.} \ \ a^\dagger_{1\mu} \tilde{a}^\dagger_{1\nu} |0\rangle$$

$$N = \tilde{N} = 1 \ ; \ n = w = 0 \ ; \ \text{i.e.} \ \ a^\dagger_{1\mu} \tilde{a}^\dagger_{1\nu} |0\rangle$$

Prima della compattificazione questi rappresentano (dopo eliminazione degli stati non fisici) $(D-2)^2$ stati:

un gravitone (simmetrico a traccia nulla)

un tensore antisimmetrico.

un dilatone (la traccia)

Dopo la compattificazione questi $(D-2)^2$ si separano in un gravitone, un dilatone e un tensore antisimmetrico in (D-1) dimensioni ($(D-3)^2$ stati), due vettori a (D-3)-componenti, e 1 scalare, il "radione".

Fin qui R (o meglio e^{σ} R) aveva un valore generico. Qualcosa di assolutamente rimarchevole succede se si prende un valore particolare di R:

$$R = R^* \equiv \sqrt{\hbar\alpha'} = \frac{l_s}{\sqrt{2}}$$

Ci sono ora altri modi di avere stati a massa nulla:

$$M^2 = \frac{n^2}{R^2} + \frac{w^2 R^2}{\alpha'^2} + \frac{2}{\alpha'}(N + \tilde{N} - 2) \ ; \ N - \tilde{N} + nw = 0$$

$$n = w = \pm 1 \ ; \ N = 0, \tilde{N} = 1 \quad \text{or}$$

$$n = -w = \pm 1 \ ; \ N = 1, \tilde{N} = 0$$

Questi rappresentano 4 vettori a massa nulla i quali, insieme ai 2 precedenti, formiscono i 6 bosoni di gauge di un gruppo di gauge SU(2)xSU(2). Si noti che i 4 nuovi bosoni portano essi stessi impulso e attorcigliamento, sono dunque essi stessi "carichi", una caratteristica tipica delle teorie di gauge non-abeliane.

Il radione gioca il ruolo di un campo campo di Higgs che rompe spontaneamente SU(2)xSU(2) a U(1)xU(1) appena ci si allontana da R = R*.

La massa dei bosoni vettoriali che corrispondono ai generatori “rotti” è lineare in (R-R*).

(altri dettagli sullo spettro a R = R* => seconda ora)

Ma le sorprese non sono finite...

T-dualità e l'importanza della MQ

Impulso e attorcigliamento appaiono sullo stesso piano nelle espressioni per X_5 e M^2. Però, classicamente, w è un intero mentre l'impulso nella direzione compatta non è quantizzato. Al livello classico non c'è alcuna simmetria possibile fra i due.

Quantisticamente il requisito che la funzione d'onda sia a un sol valore impone che l'impulso p_5 momentum sia quantizzato in unità di $h/2\pi R$: una simmetria emerge sotto scambio di n e w se, allo stesso tempo, si cambia R in $l_s^2/2R$.

Si noti che il punto ove la simmetria è innalzata da U(1)xU(1) a SU(2)xSU(2) è precisamente il punto fisso di questa trasformazione di T-dualità

La T-duality si basa dunque sulla MQ. E non potrebbe essere altrimenti dato che R-->1/R ha bisogno di una scala di lunghezze che la teoria classica non possiede!

Dunque le compattificazioni inequivalenti possono esser prese nell'intervallo $R \geq R^*$. In altre parole c'e' in effetti un raggio minimo $R = R^*$. For $R \ll R^*$ i modi con $n \neq 0$ si disaccppiano e w fornisce lo spettro di quanti leggeri che possono testare lo spazio compattificato. L'opposto accade a $R \gg R^*$ Precisamente a $R = R^*$, emerge una simmetria di gauge non abeliana.

Ci sono ragioni per pensare che, dinamicamente, la stringa preferisce un tale valore per R. (mentre tale valore minimo non esisteva nella KK ordinaria)

E' anche possibile immaginareche esistano 2 valori privilegiati per R, $R = R^*$ e R = infinito (o 0). Questi potrebbero dunque corrispondere alle nostre 3 dimensioni spaziali e alle 6 che non vediamo…se non indirettamente tramite le interazioni di gauge non abeliane che osserviamo.