Prova scritta per l'ammissione al Dottorato di Ricerca in Fisica

Sapienza Università di Roma

A.A. 2013-2014 - XXIX Ciclo

Il candidato svolga il tema e solo tre tra i quattro esercizi proposti in al massimo 4 ore.

Prova 1

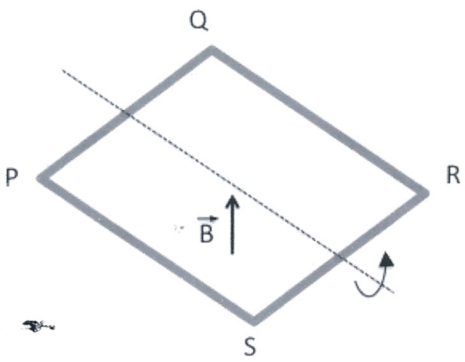
Esercizio 1

Un'asta omogenea di sezione costante massa m = 5 kg e lunghezza l = 1 m è vincolata in un suo estremo ad un asse di rotazione ad essa ortogonale.

1. Si supponga che l' asse di rotazione sia verticale e che l' asta sia mantenuta in rotazione nel piano orizzontale da un motore, con velocità angolare costante di 1200 giri al minuto. Si calcoli la reazione vincolare nel punto di vincolo.
2. Se il vincolo produce un momento di attrito costante M_e=6 Nm , diretto lungo l' asse di rotazione, si calcoli in quanto tempo l' asta si fermerà, a partire dal momento in cui il motore che la tiene in rotazione a velocità costante viene separato dal sistema.
3. Si supponga poi che l' asse di rotazione sia orizzontale e che il vincolo sia senza attrito. Si calcoli il periodo delle piccole oscillazioni.

Esercizio 2

Una spira quadrata piana di lato L=10cm e resistenza R=5Ω viene mantenuta in rotazione con una frequenza costante f= 100 giri/s lungo un asse passante per il punto medio di due suoi lati e giacente nel piano della spira in una regione con un campo magnetico uniforme e costante diretto perpendicolarmente alla spira e di modulo B = 2T. Si trascuri l'autoinduzione della spira.



1. Calcolare la corrente che scorre nella spira in funzione del tempo e determinare il suo valore massimo.
2. Determinare la massima potenza dissipata nella spira.
3. Determinare la forza su ciascun lato della spira nel momento in cui la corrente è massima.

Esercizio 3

Si contano quante gocce di pioggia cadono in un metro quadro in 15 secondi. Si effettuano 16 misure che danno i seguenti valori:

40, 20, 24, 15, 23, 12, 39, 26, 29, 33, 16, 36, 17, 32, 40, 15.

Si calcolino il valore aspettato e la deviazione standard.

Qual'è la probabilità che in una successiva misura si ottengano 28 conteggi in 15 secondi?

Prova scritta per l'ammissione al Dottorato di Ricerca in Fisica
Sapienza Università di Roma
A.A. 2013-2014 - XXIX Ciclo
Il candidato svolga il tema e solo tre tra i quattro esercizi proposti in al massimo 4 ore.

Esercizio 4

Una particella di massa m si muove in una dimensione soggetta a un potenziale di oscillatore armonico di pulsazione ω. Lo stato del sistema al tempo $t = 0$ è:

$$|\psi\rangle = A \sum_{n=0}^{\infty} \frac{k^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle ,$$

dove A e k sono costanti reali positive, essendo $\{|n\rangle\}$ gli usuali autoket ortonormali dell'energia dell'oscillatore armonico.

1. Dopo aver determinato la costante di normalizzazione A scrivere l'evoluzione temporale dello stato $|\psi\rangle$ e calcolare per $t > 0$ il valore di aspettazione dell'operatore di parità $P = \langle\psi(t)|P|\psi(t)\rangle$. Discutere il risultato.
2. Calcolare il valore di aspettazione dell'energia sullo stato $|\psi\rangle$.

TEMA

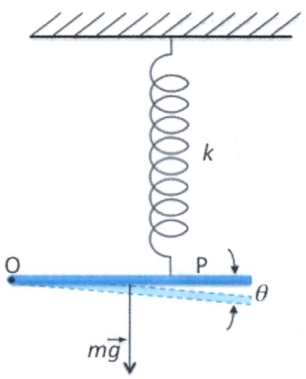
Si descriva, *in non più di tre facciate,* un tema della attuale ricerca in Fisica di particolare interesse fondamentale e/o applicativo. Se ne illustrino lo stato dell'arte, le metodologie di ricerca, le prospettive e, eventualmente, le criticità che ne rendono complicati i progressi.

Prova scritta per l'ammissione al Dottorato di Ricerca in Fisica
Sapienza Università di Roma
A.A. 2013-2014 - XXIX Ciclo

Il candidato svolga il tema e solo tre tra i quattro esercizi proposti in al massimo 4 ore.

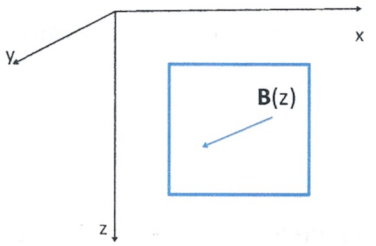
Prova 2

Esercizio 1



Una sbarretta omogenea di massa m=300 g e lunga L è incernierata, senza attrito, a un estremo O. Una molla ideale di costante elastica $k=10^3$ N/m, fissata per un estremo al soffitto e per l'altro estremo agganciata alla sbarretta nel punto P, distante 2L/3 dall'estremo O, mantiene la sbarra orizzontale in posizione di equilibrio.
Supponendo di spostare la sbarra dalla posizione di equilibrio si determini il periodo delle piccole oscillazioni verticali della sbarretta.

Esercizio 2



Una spira quadrata di lato L e massa M e resistenza elettrica R cade di taglio (vedi figura) nel campo gravitazionale terrestre. La spira è immersa in un campo d'induzione magnetica diretto lungo l'asse y e di intensità crescente verso il basso:

$$\vec{B}(z) = (0,az,0)$$

con l'asse z orientato verso il basso (vedi figura).

i) si scriva l'equazione del moto del baricentro della spira trascurando l'autoinduzione;

ii) quando il moto diventa stazionario si discuta il bilancio energetico del sistema.

Esercizio 3

Un rivelatore di fotoni ha una apertura di ingresso circolare, di diametro d=1 cm, ed è sensibile a fotoni entranti nell' apertura e provenienti da qualsiasi direzione (cioè da un angolo solido di 2π srad). Il rivelatore viene posto nel fuoco di una lente di focale f=100 cm e diametro D. La superficie del rivelatore è ortogonale all'asse ottico della lente.

La lente concentra sul rivelatore il flusso di fotoni provenienti da una sorgente puntiforme posta a grandissima distanza. Tale flusso è in media F=1000 fotoni/s/m^2.

Si assuma che il rivelatore abbia efficienza unitaria, e che per i fotoni rivelati valga la statistica di Poisson. Si assuma inoltre che il rivelatore sia immerso in un fondo di fotoni locali, provenienti uniformemente da tutte le direzioni, con una brillanza media pari a B=1200 fotoni/s/m^2/sr.

1. si calcoli che diametro D deve avere la lente perché in media i fotoni provenienti dalla sorgente e rivelati per unità di tempo dal rivelatore siano 10 volte di più di quelli dovuti al fondo.
2. La misura di F viene effettuata per differenza tra una misura di durata t_1 , in cui sul rivelatore arrivano sia i fotoni dalla sorgente che quelli del fondo, e una misura di durata t_2 , in cui sul rivelatore arrivano solo i fotoni del fondo (tappando la lente). Si calcoli qual è il minimo tempo totale di misura $t=t_1+t_2$ necessario per misurare F con un errore dell' 1%.

Prova scritta per l'ammissione al Dottorato di Ricerca in Fisica
Sapienza Università di Roma
A.A. 2013-2014 - XXIX Ciclo

Il candidato svolga il tema e solo tre tra i quattro esercizi proposti in al massimo 4 ore.

Esercizio 4

Un sistema quantistico è composto da una Hamiltoniana imperturbata a due livelli

$H_0 = \begin{pmatrix} E_0 & 0 \\ 0 & E_1 \end{pmatrix}$ con $E_0 < E_1$. Il sistema viene perturbato da un termine $H' = \begin{pmatrix} 0 & g \\ g & 0 \end{pmatrix}$

indipendente dal tempo.

i) Si calcoli lo spettro del sistema sia esattamente che con un calcolo perturbativo al secondo ordine e si confronti o i due risultati;

ii) Considerando un reticolo rigido di N siti in cui ognuno dei siti ha in media un elettrone con Hamiltoniana $H = H_0 + H'$, si calcoli il calore specifico del sistema a bassa temperatura T (si consideri il potenziale chimico degli elettroni fisso al centro della gap e T molto minore della gap).

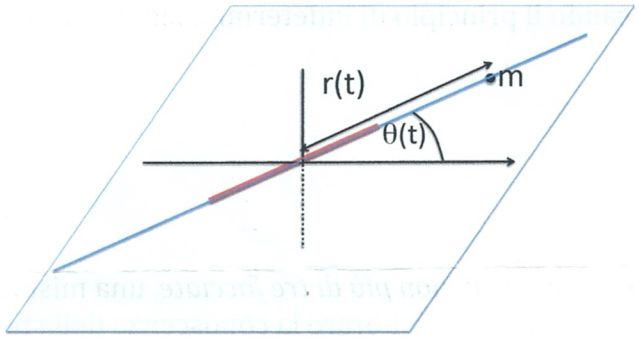
TEMA

Descrivere, *in non più di tre facciate,* una linea di ricerca ritenuta di interesse per il progresso della ricerca in F a, illustrandone motivazioni, stato dell'arte, metodologia di indagine e prospettive.

Prova scritta per l'ammissione al Dottorato di Ricerca in Fisica
Sapienza Università di Roma
A.A. 2013-2014 - XXIX Ciclo
Il candidato svolga il tema e solo tre tra i quattro esercizi proposti in al massimo 4 ore.
Prova 3

Esercizio 1

Una sbarretta rigida omogenea di momento d'inerzia I è incernierata nel suo baricentro e ruota su di un piano orizzontale con velocità angolare ω mantenuta costante da un motore. Alla sbarretta è solidale una guida rettilinea di lunghezza infinita e di massa trascurabile su cui scorre senza attrito un punto materiale di massa m (vd. Figura).



i) Si scriva e si risolva l'equazione del moto per la coordinata radiale r(t) (distanza dall'origine lungo la guida) della massa m;

ii) si "metta in folle" il motore (trascurando tutti gli attriti) permettendo alla velocità angolare di variare e si scrivano le equazioni del moto del punto m e della sbarretta scegliendo come coordinate r(t) e θ(t);

iii) si trovino le quantità conservate (integrali primi del moto) nel caso i) e ii).

Esercizio 2

Un condensatore è costituito da due piastre metalliche quadrate di lato $L = 3\ cm$, perfettamente sovrapposte, parallele al piano xy, poste nel vuoto. La prima piastra ha una quota z=-0.1mm, ed ha 0 mm < x < 30 mm, -15 mm < y < 15 mm; la seconda ha gli stessi bordi x e y, con z=+0.1 mm.

1. Si calcoli la capacità del condensatore.
2. Un elettrone di energia cinetica $K_o = 1\ keV$ entra nel condensatore, viaggiando lungo l' asse x, nel punto (0 , 0 , 0). Si trovino la posizione di uscita dell' elettrone dal condensatore, il vettore velocità di uscita in quel punto, e l' angolo di deflessione dell' elettrone, assumendo che la differenza di potenziale tra le due piastre sia $\Delta V = 0.5V$, e dettagliando le ipotesi fatte.

Esercizio 3

La rivelazione della grandezza fisica **S** presuppone la distinzione di **S** dal rumore **R**. Le due classi di eventi siano sperimentalmente indistinguibili. Si sa che gli eventi di **S** si presentano con una frequenza media di 1Hz e che **S** è distribuito come una delta con valore medio aspettato ~ 0.5 (in unità arbitrarie). Il rumore nell'intervallo 0÷1 (delle stesse unità arbitrarie) è distribuito uniformemente ed ha frequenza media pari a 10Hz. Assumendo che la risoluzione dello strumento è descritta da una distribuzione gaussiana con deviazione standard σ_{sper} indicare per quale valore di σ_{sper} ci si può aspettare di rivelare il segnale con un rapporto Segnale/Rumore=1. Per tale valore di σ_{sper} dopo quanto tempo l'errore sulla stima del valor medio di **S** sarà ≤ di 0.001 ?

Prova scritta per l'ammissione al Dottorato di Ricerca in Fisica
Sapienza Università di Roma
A.A. 2013-2014 - XXIX Ciclo

Il candidato svolga il tema e solo tre tra i quattro esercizi proposti in al massimo 4 ore.

Esercizio 4

Un sistema unidimensionale è costituito da una particella di massa *m* in un potenziale $V = \frac{kx^2}{2}$.

Usando il principio di indeterminazione si valuti la minima energia possibile per il sistema.

TEMA

Si proponga *in non più di tre facciate,* una misura o uno studio teorico, che nell' opinione del candidato può migliorare la conoscenza della fisica. Se ne discuta sia l' interesse che la fattibilità.